

CNIS (Comitato Nazionale Insegnanti di Sostegno).

www.cnis.it

Bozza di intervento su:

PROCESSI COGNITIVI E DIFFICOLTÀ DI APPRENDIMENTO NEL CAMPO DELLA MATEMATICA.

(Dovrebbe essere la relazione introduttiva al convegno da tenersi a Brescia nei giorni 8, 9 maggio 1992).

*Dattiloscritto reimpaginato settembre 2014.*

1. Il titolo della mia relazione parla di "processi cognitivi"; pertanto occorre che io precisi che sono soltanto un matematico che, durante una carriera didattica e di ricerca abbastanza lunga, ha cercato di riflettere sulla costruzione interiore di un sistema di idee, sulle difficoltà dell'opera didattica e su quelle che si potrebbero chiamare le diverse "fisionomie intellettuali"; in particolare ha cercato di riflettere sulle difficoltà di apprendimento di quel ramo singolarissimo del pensiero umano che viene abitualmente chiamato "matematica".

*NON PRETENDO DI ESIBIRE COMPETENZE E METODO NEL CAMPO DELLA PSICOLOGIA: SOLTANTO BUON SENSO. DEVO TUTTAVIA CONFESSARE CHE SPESSO DI FRONTE A CERTI ESAMI CHE VENGO CHIAMATI "TESTS" DI ATTITUDINE MATEMATICA SONO RIMASTO PERPLESSO. OCCORRE COLLABORAZIONE TRA I CULTORI DI PSICOLOGIA E MATEMATICI. PER QUESTO E SOLO PER QUESTO OSO PRESENTARE L'ESPERIENZA ANCHE DI VITA INTERIORE DI CHI HA CERCATO DI COSTRUIRE QUALCHE PICCOLO MATTONCINO DELL'EDIFICIO MATEMATICO ED HA RIFLETTUTO SUL MODO IN CUI CERTE IDEE PRENDONO FORMA, SI SISTEMANO E SI COLLEGANO, SENZA TUTTAVIA PRETENDERE CHE L'ESPERIENZA PERSONALE SIA CONSIDERABILE COME LEGGE UNIVERSALE.*

Ho detto che la matematica è un "ramo singolarissimo" del pensiero umano; la scelta di questa espressione, che potrà essere giudicata forse un poco enfatica, non si deve ad una stima esagerata dell'intelligenza di chi pratica la matematica, né alla convinzione che le attitudini alla matematica siano al culmine delle capacità intellettuali dell'uomo; questa convinzione forse appartiene a qualche cultore di psicologia, ma non è condivisa dal sottoscritto. Io sono invece convinto che il pensiero matematico abbia certe sue caratteristiche specifiche, che non lo pongono per ciò stesso al di sopra degli altri tipi di intelligenza, ma che vanno indagate pazientemente, se si vuole agire con efficacia nella analisi delle difficoltà e negli interventi per la didattica e per il recupero di soggetti svantaggiati. Ovviamente questa specificità del pensiero matematico non lo rende totalmente diverso dagli altri tipi di pensiero astratto; credo quindi che sia utile concentrare la nostra attenzione su quanto vi è di genericamente comune nel ragionamento matematico con gli altri tipi di procedure razionali, e su quanto vi è di strettamente specifico nel pensiero matematico; questa operazione infatti ci potrebbe condurre a fondare l'opera didattica e di recupero su fondamenti più solidi, agganciandola al lavoro di recupero anche in altri campi.

*QUI SI APRE IL DISCORSO DEL RICUPERO DELLA RAZIONALITÀ GLOBALE ATTRAVERSO IL LAVORO GUIDATO.*

2. Con l'analisi che cercherò di fare non pretendo di ostentare una competenza (che non possiedo) nel campo della psicologia; né di presentare delle teorie filosofiche sulla conoscenza e sull'epistemologia; vorrei, come ho già detto, mantenermi al livello della pura esperienza e della riflessione sul lavoro di ricerca e di insegnamento svolto in vari decenni; vorrei tuttavia anticipare che nel seguito di questo discorso vi saranno molti riferimenti al pensiero di Jean Piaget ed alla sua opera; questa scelta, che può ovviamente essere discussa, è stata da me fatta dopo di aver osservato in quanta misura il pensiero dello psicologo svizzero è modellato sulla struttura della matematica, e soprattutto della matematica moderna, che ha approfondito l'analisi dei propri fondamenti logici, psicologici ed epistemologici. Inoltre penso che l'opera di Piaget possa servire come una impalcatura ideale per poter su di questa proiettare il problema della valutazione e della diagnosi della situazione di disagio o addirittura di difficoltà grave di apprendimento. È chiaro che, nel mio modo di vedere, questo riferimento deve avere carattere strumentale ed orientativo; di esso ci si potrebbe servire per poter in qualche modo orientare gli insegnanti che hanno a che fare con soggetti in difficoltà, senza tuttavia pretendere che questo inquadramento significhi un tentativo di graduare o peggio di misurare l'intelligenza. Ripeto la mia perplessità nei riguardi di certi criteri di giudizio, concretizzati in procedure rudimentali che vengono chiamate "tests"; ed in questo caso la barbarie del nome si adatta bene al livello rudimentale delle procedure ed alla perentorietà delle conseguenze che se ne vogliono trarre.

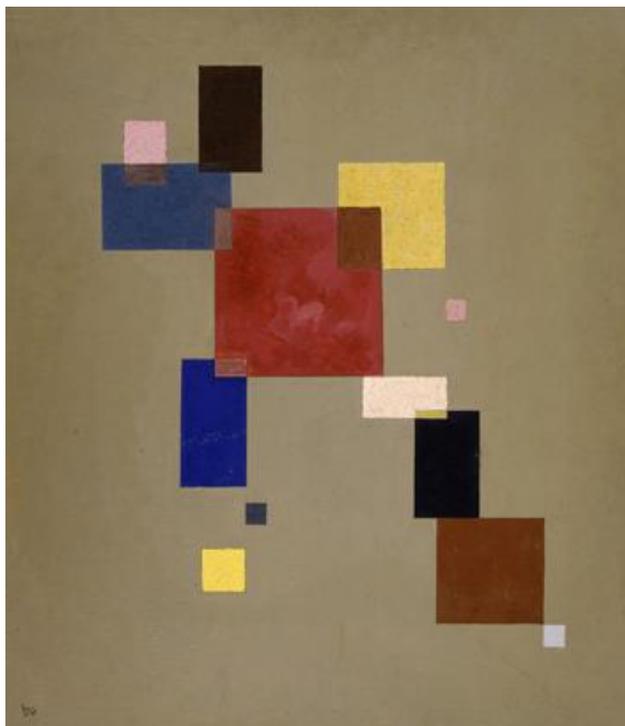
Ritengo infatti giusto il pensiero di chi ritiene di poter identificare molte fisionomie delle intelligenze, e ritiene di conseguenza che la pretesa di "misurare" l'intelligenza e di stabilire una gerarchia lineare tra i cervelli sia prova di rozzezza intellettuale e fonte di pesanti errori di giudizio, e quindi fondamento di comportamenti fuorvianti.

3. Il mio discorso vorrebbe mantenersi ad un livello molto vicino alla pratica, e quindi vorrei riprendere il riferimento ai problemi della scuola e della didattica dei soggetti normali e di quelli che soffrono di deficit mentali in varie forme. Sono tuttavia ben conscio del fatto che l'insieme dei difetti mentali costituisce un oceano, un universo che è ben difficile esplorare e che richiederebbe competenze di psicologia, di psichiatria, di neurologia, di psicoterapia, di pedagogia e di altre numerose dottrine. Tuttavia penso che sia possibile tentare un lavoro iniziale, diretto ad aiutare gli insegnanti del nostro sistema scolastico, ed in particolare gli insegnanti di sostegno. Infatti il nostro sistema scolastico prevede l'inserimento dei portatori di handicap nelle classi normali, e prevede la presenza di insegnanti detti "di sostegno". Questo inserimento è frutto di una ben determinata visione del ruolo della scuola nella nostra società, ed in particolare del ruolo che la scuola deve svolgere per tutti i cittadini. Tuttavia è anche noto che non sono state realizzate in pieno tutte quelle iniziative che pure erano in programma, al momento della decisione di inserimento dei portatori di handicap nelle classi normali. La conseguenza di questo

ritardo nell'adempiere i programmi per intero è stata che gli insegnanti di sostegno sono spesso stati scelti tra il personale della scuola meno esperto, oppure tra il personale al quale si doveva trovare a qualunque costo un inserimento; spesso si trattava di personale giovane, mancante di formazione specifica e forse anche di quella esperienza che potrebbe almeno in parte surrogare la formazione teorica; infine spesso si trattava di personale poco motivato, che vedeva il proprio incarico come uno stato passeggero, dal quale uscire al più presto possibile. È facile comprendere che in queste situazioni gli intenti della legge sono usciti spesso vanificati, se non addirittura stravolti. Questa situazione ha spesso provocato dei gravi sovraccarichi di lavoro agli insegnanti, e delle situazioni di grave disagio a tutti gli utenti della scuola, normali ed ipodotati. Ciò spiega anche il sorgere di molte iniziative per lo studio delle minorazioni psichiche, in particolare in relazione all'inserimento scolastico dei soggetti meno avvantaggiati. In questo quadro l'insegnamento della matematica e le difficoltà di apprendimento di questa materia hanno spesso formato oggetto di attenzione e di studio, per ragioni che cercheremo di analizzare e di spiegare.

4. Per avviarci nella direzione che ci interessa, vorrei fare qualche osservazione banale sul processo di apprendimento e di formazione del concetto. Ripeto ancora una volta che le osservazioni sono ad un livello molto banale, e non intendono avere carattere di metodicità; tuttavia ritengo che valga la pena di tenerle presenti, almeno come ipotesi di partenza. Vorrei quindi soffermarmi sul rapporto tra esperienza, concettualizzazione ed espressione simbolica (in senso lato) del concetto ed in generale del pensiero. Pare infatti ammesso che il momento iniziale della costruzione concettuale sia l'esperienza concreta; la costruzione mentale del concetto avviene con una operazione di astrazione che vorrei limitarmi a descrivere in un modo che potrebbe essere chiamato fenomenologico; in tale descrizione vorrei dire che l'astrazione conduce la nostra mente a trascurare certi aspetti dell'esperienza per concentrare l'attenzione su quelli che concorrono a costituire il concetto, cioè su quelli che qualificano e specificano il punto di vista dal quale si vuole guardare l'oggetto dell'esperienza sensibile.

Vorrei soffermarmi su questo momento per prendere qualche esempio sul quale ritornerò nel seguito, perché ha attinenza con la geometria e quindi con la visione che questa dottrina induce sulla esperienza materiale concreta. A questo fine vorrei osservare che quando guardiamo, osserviamo, manipoliamo, spostiamo un oggetto materiale, per esempio un oggetto rigido (o che ragionevolmente possiamo considerare come rigido), se intendiamo porci dal punto di vista della geometria, prescindiamo e quindi trascuriamo la costituzione materiale, fisica e chimica dell'oggetto, il suo colore ed il suo peso, per concentrare la nostra attenzione soltanto sulla forma e spesso sulla grandezza. Questo "prescindere" vorrei appunto classificare come rientrante nell'operazione intellettuale di astrazione, che trova il suo termine nella costruzione di un concetto del quale si dice appunto che è "astratto".



Vassily Kandinsky. Rechtecke (Tredici rettangoli) 1930. Olio su cartone, cm 69,5 x 59,5. Lascito Nina Kandinsky, 1981. Centre Pompidou.

Vorrei a questo punto arrestarmi un istante per osservare che, insieme con la costruzione del concetto, che è a livello strettamente logico, avviene spesso anche la costruzione di una immagine da parte della fantasia. Quest'ultima viene spesso confusa con il concetto, ma rimane ad un livello del tutto diverso da questo, almeno nell'ambito della matematica, al quale intendo limitarmi; anche se spesso nella nostra mente ha una presenza che molto difficilmente può essere di fatto separata da quello. Ma ritengo che la distinzione sia essenziale, e penso che la sua necessità sia testimoniata dalla storia della matematica, storia nella quale i momenti storici di svolta sono a mio parere sottolineati dalla presa di coscienza, da parte degli scienziati, della necessità di separare il dato della fantasia da quello del puro concetto.

La costruzione del concetto nella mente nostra avviene in relazione ad un qualunque oggetto che sia termine della nostra conoscenza, ed è condizione necessaria per questa. Tralascio di soffermarmi sulle operazioni singole con le quali un determinato oggetto è attribuito ad una data classe, in forza appunto della costruzione di un concetto generale che distingue e specifica la classe stessa: è questo un argomento sul quale logici e filosofi hanno meditato per secoli, e non sarò certo io a dire una parola nuova e chiarificatrice in proposito. Tuttavia non posso trascurare di ricordare quella azione, insieme astratta, molto complessa nella sua origine, ma semplice e trasparente nel risultato, che è la costruzione mentale del concetto. Vorrei soltanto ricordare qui che il concetto astratto, nella sua pura esistenza intellettuale, manca di tutto quel richiamo emotivo ed affettivo, di tutta la carica emozionale ed empirica che esisteva all'inizio dell'operazione intellettuale; e dico questo perché forse anche in questo fatto sta una delle difficoltà dell'insegnamento e dell'apprendimento dei concetti puramente matematici.

Ritornero su questo argomento nel seguito, quando mi permetterò di fare qualche osservazione a proposito del coinvolgimento anche emotivo del discente e sulla efficacia del lavoro in qualche modo gratificante nel tentativo di ricupero di una razionalità globale nei soggetti meno dotati. Mi pare comunque abbastanza chiaro che lo stadio della astrazione dalla situazione del dato empirico, del distaccarsi da ciò che è qui ed ora davanti ai miei occhi e che io manipolo (da quello che è il dato *hic et nunc*) è un dato primitivo ed essenziale per la costruzione del pensiero astratto, e per molti soggetti costituisce, in gradi molto vari e numerosissimi, una difficoltà spesso difficilmente sormontabile.

IL BEHAVIORISMO È UNA OVVIA FORMA DI RIDUZIONISMO.



**J. Albers. Proto-Form(B), 1938, Hirshhorn Museum and Sculpture Garden, Washington D.C.**

5 - Vorrei ritornare all'argomento che mi tocca da vicino, perché riguarda la matematica, cioè una scienza che ho coltivato per qualche tempo, con vario successo. La riflessione su questa scienza è stata fatta, come è noto, dai filosofi fin dai primi tempi della filosofia greca. In particolare si è riflettuto sul carattere di certezza della conoscenza che era tipico di questa branca della conoscenza umana; io non voglio addentrarmi qui in queste discussioni, perché il mio interesse verte piuttosto sulle difficoltà di apprendimento di questa dottrina, che costituisce un pilastro portante della scienza modernamente intesa, ed anche fornisce un insieme di nozioni fondamentali per la stessa vita associata quotidiana: basti pensare a tutte le indicazioni numeriche che fanno parte delle istruzioni della tecnica, anche artigianale elementare, oppure alle comunicazioni di tipo sociale, nelle quali statistiche, percentuali ed altri concetti numerici sono quotidianamente utilizzati.

Pur senza aderire alla tesi galileiana, secondo la quale il gran libro dell'universo è scritto in caratteri matematici, e quindi chi non conosce questi caratteri è destinato ad aggirarsi nell'universo come in un "oscuro laberinto", rimane pur sempre valida l'osservazione fatta sopra, secondo la quale la matematica costituisce una parte importante della conoscenza tecnica del mondo di oggi, fondato sul dominio della natura. E d'altra parte mi pare che le difficoltà di apprendimento e quindi di insegnamento facciano parte delle problematiche quotidiane della didattica scolastica ed extrascolastica. Penso quindi che sia utile riflettere sulla natura della matematica, anche soltanto limitando le nostre considerazioni all'aspetto esteriore di questa dottrina, e quindi anche soltanto tenendosi ad un livello che si potrebbe chiamare fenomenologico.

Volendo presentare in poche parole quelli che mi sembrano i caratteri fondamentali della matematica modernamente intesa, vorrei dire che questa dottrina ci si presenta come un pensiero astratto, rigorosamente deduttivo, simbolizzato con simboli artificiali dotati di sintassi rigida. Vorrei soffermarmi su questi punti, perché mi pare di poter dire che una riflessione di questo tipo ci possa aiutare, almeno in uno stadio iniziale, per comprendere le difficoltà di certi soggetti, almeno genericamente, e conseguentemente per avviare un tentativo di aiuto e di ricupero; e ciò dico non soltanto guardando alla matematica, ma anche

in vista di un aiuto alla razionalità globale, della quale la matematica mi sembra un elemento non disprezzabile, perché presenta, in modo che direi esemplare e tipico, le difficoltà concettuali e mentali con le quali noi spesso ci dobbiamo scontrare.

6 - Un primo aspetto della matematica, che ho sottolineato in precedenza, è quello di essere un pensiero astratto; vorrei confermare questa mia opinione osservando che ogni volta che costruiamo un concetto matematico (sia esso un concetto geometrico, oppure un concetto numerico) dobbiamo fare astrazione dalla realtà empirica e sensibile per costruire qualche cosa che ha una sua esistenza soltanto a livello concettuale. Ricordo a questo proposito ciò che mi è stato riportato di una bambina, che diceva: «Queste sono due mani, queste sono due scarpe, queste sono due matite, ma il DUE c'è solo nella mia testa». Possiamo pensare che la bambina ripetesse soltanto ciò che la sua maestra le aveva insegnato, e che di conseguenza l'enunciato avesse ben poco di originale; ma ciò non toglie che fosse vero, perché il concetto di DUE noi lo vediamo realizzato in un numero potenzialmente infinito di cose materiali, ma il concetto in quanto tale rimane sempre uguale a se stesso, e si tiene ad un livello superiore a quello della pura empiria.

7 - Accanto al momento incancellabile della astrazione, che è il primo momento della matematizzazione, è presente, nel pensiero matematico, il momento della deduzione rigorosa: infatti la deduzione non può essere cancellata né eliminata dal pensiero matematico, che si presenta come un tipico processo di deduzione rigorosissima. La diffusione di questa convinzione è testimoniata per esempio dal titolo della celebre opera di Baruch Spinoza, intitolata "*Ethica more geometrico exposita*": quindi il metodo geometrico viene considerato come il metodo tipico della deduzione rigorosa, dell'aderenza della nostra mente alla necessità della connessione tra premesse e conclusioni, connessione che traduce la conseguenza necessaria tra causa ed effetto. E d'altra parte questa connessione è il fondamento della conoscenza scientifica del mondo.

Infine il pensiero matematico moderno presenta in forma molto accentuata la caratteristica della simbolizzazione. Questo aspetto è sempre stato presente nella matematica, come è dimostrato dalla esistenza di vocaboli che indicano i numeri in tutte le lingue, e dalla presenza di simbolismi matematici in civiltà anche molto antiche. Tuttavia nella matematica di oggi esso riveste una importanza molto grande, aumentando anche le difficoltà di comprensione dei soggetti in difficoltà, e ponendo problemi didattici non piccoli.

Si osservino per esempio le convenzioni simboliche romane per la rappresentazione dei numeri interi naturali: vi sono certi simboli elementari, che rappresentano dei numeri particolari: 1, 5, 10, 50, 100 ecc. L'accostamento di certi simboli determinati indica la somma dei numeri corrispondenti, oppure la differenza: così per esempio XXX indica 30, LX indica 60, XL indica 40. Vi sono pertanto delle convenzioni che danno luogo a regole, le quali debbono essere rispettate perché si possa esprimere chiaramente e con certezza un pensiero. Ma il nostro sistema di rappresentazione è ancora più complicato: infatti per esempio con le convenzioni romane, l'accostamento VI di 5 ed 1 rappresenta il numero  $6 = 5+1$ ; invece nel nostro sistema di convenzioni l'accostamento 5, 1 indica il numero:  $5 \cdot 10 + 1 = 51$ .

Ciò provoca difficoltà di lettura e di scrittura in certi soggetti, che non giungono facilmente a decodificare i messaggi simbolici convenzionali. Ciò avviene spesso anche in altri casi nei riguardi della matematica, come è provato dal comportamento di soggetti che memorizzano la successione dei nomi dei numeri, senza saper poi dare ai simboli il loro contenuto semantico di riferimento a concetti o ad operazioni; analoghi fenomeni sono stati rilevati in relazione a problemi di ordinamento nell'insieme dei numeri, oppure alla utilizzazione dell'aspetto cardinale del numero naturale.

8 - Da queste poche e sommarie osservazioni si può inferire che l'universo dei deficit mentali è molto grande e variegato; il che rende particolarmente difficile la diagnosi, anche approssimata, delle singole situazioni, ed ancora più difficile l'intervento eventuale di ricupero. Mi rendo conto del fatto che non sarebbe saggio dettare delle regole generali, e ciò soprattutto da parte mia, in vista della mia incompetenza, più volte esposta, nel campo psicologico. Tuttavia vorrei osare esporre qualche mia idea, che esprime delle convinzioni tratte dal lavoro con insegnanti e dalle esperienze di cui sono a conoscenza.

Le osservazioni che farò sono rivolte alle operazioni di eventuale ricupero di deficit mentali, e quindi sono dirette alle persone che in qualche modo si occupano di questi problemi. Ho detto poco fa che un carattere

abbastanza importante della matematica, almeno nel senso moderno del termine, è costituito dall'impiego sempre più vasto di un simbolismo convenzionale; questo impiego obbliga l'utente della matematica ad un lavoro continuo di codificazione e di decodificazione, e ciò costituisce una impresa che spesso riesce fastidiosa a molte menti, anche non debolmente dotate. Sono convinto, per osservazioni fatte spesso su soggetti che dichiaravano di "non capire la matematica" che le difficoltà offerte dal simbolismo erano una delle ragioni principali, se non addirittura l'unica, della loro allergia al ragionare matematico. Se ciò è vero, penso che l'impresa di ambientare nel pensiero matematico dei soggetti con deficit mentali sia particolarmente difficile, se non talvolta addirittura impossibile; e che comunque tale impresa vada progettata con cura e portata a termine con pazienza, soprattutto avendo di mira quelli che vorrei chiamare i pilastri portanti del pensiero matematico, ed accettando delle deficienze in altri campi.

A questo scopo vorrei dire che, nella misura in cui la matematica assume il carattere di linguaggio, che parte dalla concettualizzazione e trova il suo termine nella espressione linguistica, il tentativo di recupero debba essere fatto globalmente, ed anzitutto sul fronte del pensiero logico che si esplica normalmente attraverso il ragionamento elementare e si esprime attraverso gli strumenti linguistici ordinari ed abituali. In altre parole, vorrei dire che l'opera di un eventuale recupero dovrebbe essere condotta a termine senza insistere sul pensiero matematico in particolare, ma cercando di riconquistare o di rafforzare una razionalità globale, della quale il pensiero matematico è una manifestazione che non esaurisce tutta la razionalità, e presenta spesso delle difficoltà specifiche le quali possono anche bloccare il lavoro della maturazione globale. Io temo infatti che l'insistere in questo lavoro riguardante la matematica, i suoi concetti, il suo simbolismo con le relative regole formali possa indurre gli operatori ad un lavoro che privilegia l'addestramento piuttosto che la formazione mentale, e quindi possa puntare più sulla memorizzazione che sulla appropriazione dei concetti da parte dei soggetti. E dico questo perché sono convinto che questi che ho enunciato siano dei pericoli sempre presenti anche nella didattica abituale della matematica dedicata ai soggetti normodotati.

In questo ordine di idee io credo quindi che il tentativo di recupero ad una razionalità globale attraverso l'azione, per esempio il lavoro razionalmente progettato e guidato senza caratteri di addestramento, sia una strada abbastanza efficace per l'azione di recupero. E, sempre nello stesso ordine di idee, io penso che la geometria pratica possa presentare quelle caratteristiche di stimolo alla fantasia e di ricorso al ragionamento deduttivo che permettono di realizzare la formazione alla razionalità globale di cui dicevo.

Come ho detto ripetutamente, non ho la competenza sufficiente per dettare delle regole e per stabilire dei programmi particolareggiati. Spero tuttavia che la meditazione sui fondamenti del pensiero matematico in atto possa aiutare gli operatori della scuola ad un'azione efficace e approfondita. Il lavoro purtroppo non manca, ma sta a noi unire le nostre forze per compierlo il meglio possibile.



N. De Maria. Universo, Intelligenza, Ricordi.